

# マクロモデル抽出ツールを用いた MEMSデバイスの連成解析

(株) 数理システム 科学技術部

望月俊輔

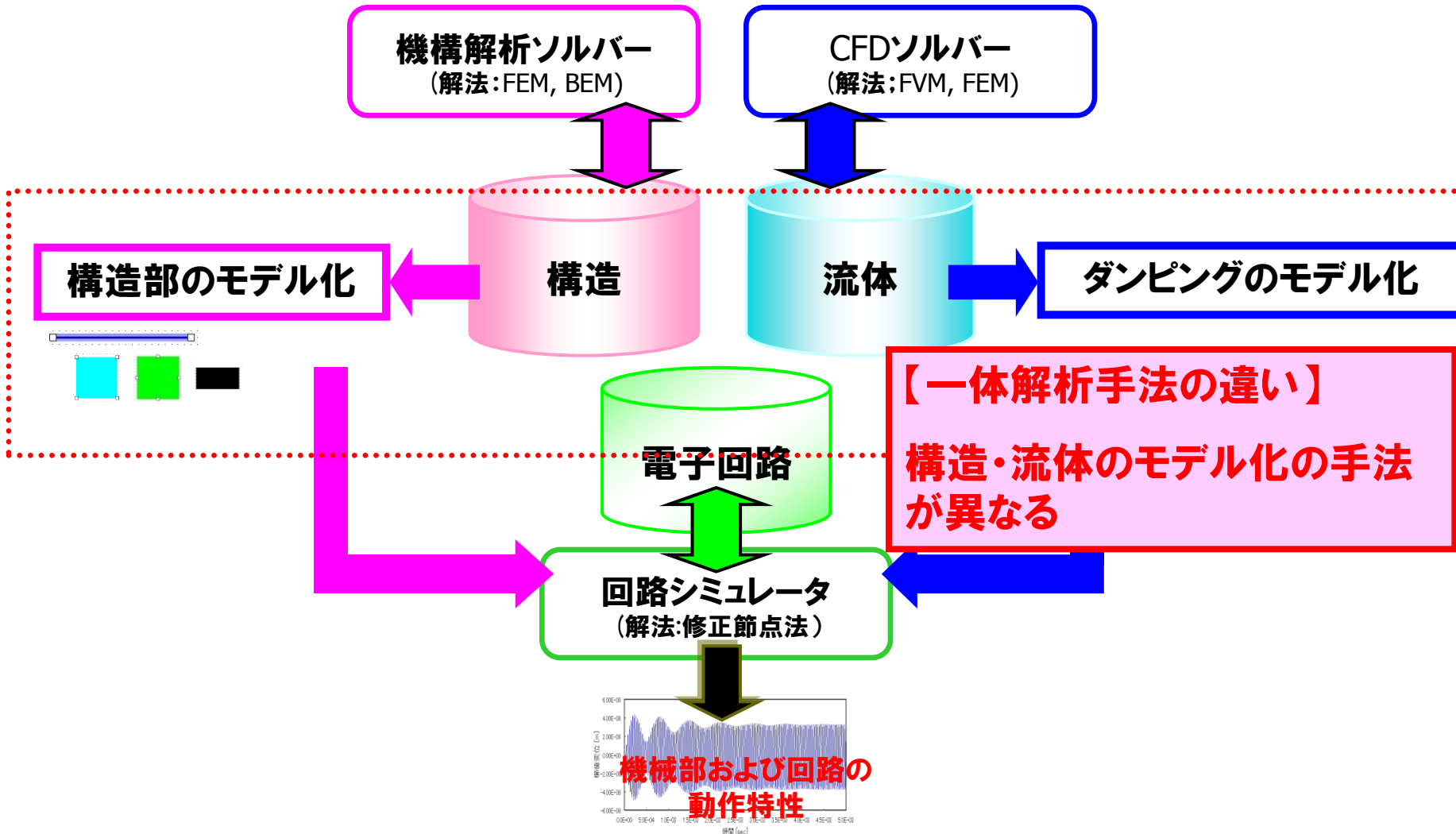
([mems-info@msi.co.jp](mailto:mems-info@msi.co.jp))

# 本日の内容

---

- MEMSと電子回路の連成解析手法
- MemsONEにおけるMEMS-電子回路連成解析
- マクロモデル抽出ツール
  - マクロモデルの抽出方法
  - マクロモデルを用いた解析事例
- まとめ

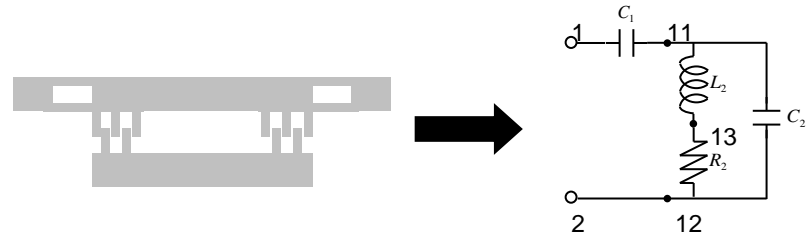
# MEMSと電子回路の連成シミュレーション手法



# 構造部のモデル化手法

## 等価回路

- L, C, R, 従属電源に変換  
(e.g. MEMS等価回路ジェネレータ\*1)
- 動作方程式をそのまま回路表現 (DAIQ\*2)

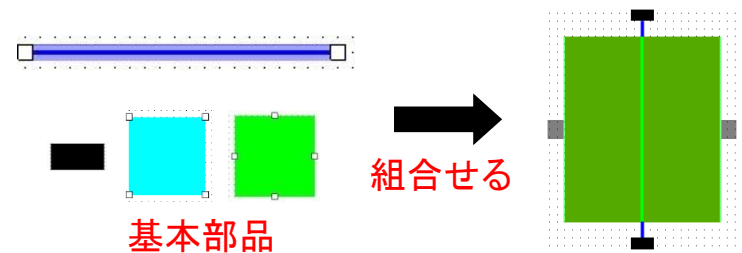


- (1) <http://memspedia.mmc.or.jp/WebLibrarySystem>  
(2) M. Mita et al., IEEJ Trans. on Electrical and Electronic Eng., vol.6, p.180 (2011).

## コンパクトモデル

構造部の基本部品の力学モデルを作成し、  
それらの組み合わせで構造部を構成\*3

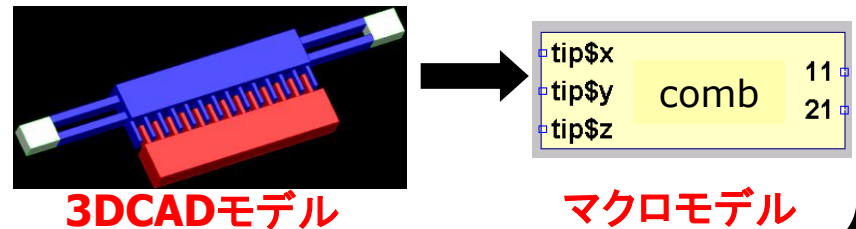
- (3) 望月俊輔, 水田千益, 集積化MEMSシンポジウム2009.



## マクロモデル

FEM/BEMによる機構解析を複数回行い、  
その結果からデバイスの動作方程式を構成\*4

- (4) 望月俊輔, 水田千益, 集積化MEMSシンポジウム2011.

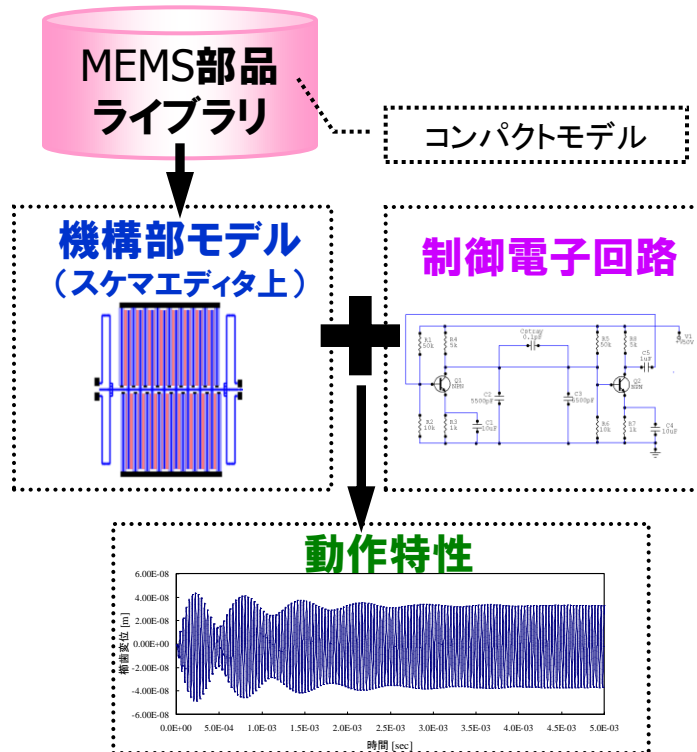


MemsONEでは、「コンパクトモデル」と「マクロモデル」に対応

# MemsONEによるMEMS-電子回路連成解析

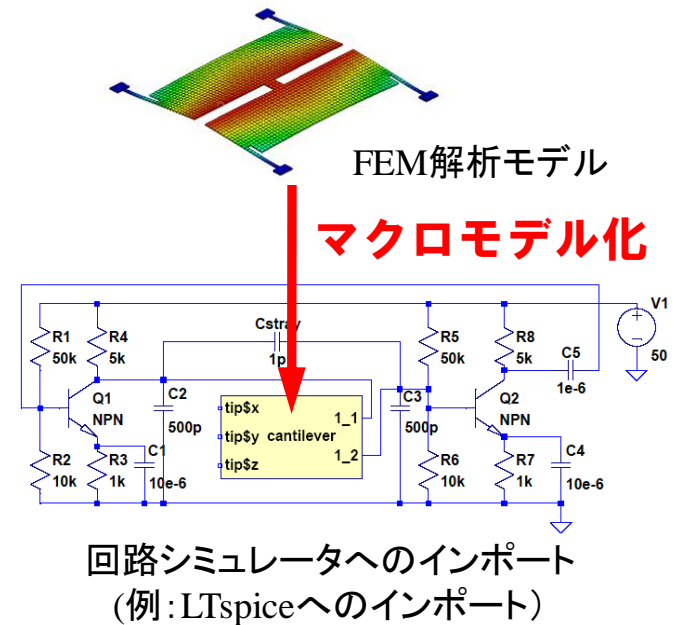
① 部品のパラメータ値を振りながら動作検討をしたい

連成解析ツール MEMSpice



② FEM解析モデルを回路シミュレーションに繋げたい

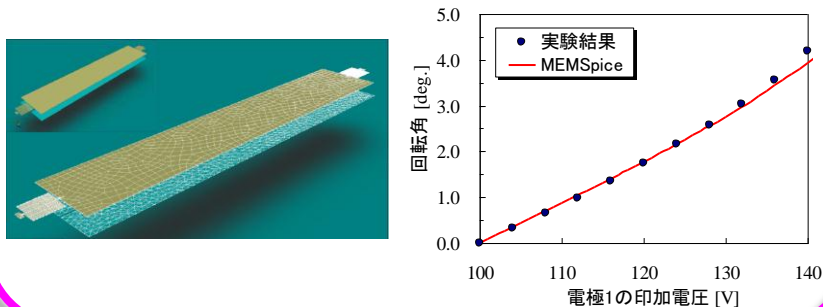
マクロモデル抽出ツール (MemsONE V4.1で追加)



# MEMSpiceを用いた解析例

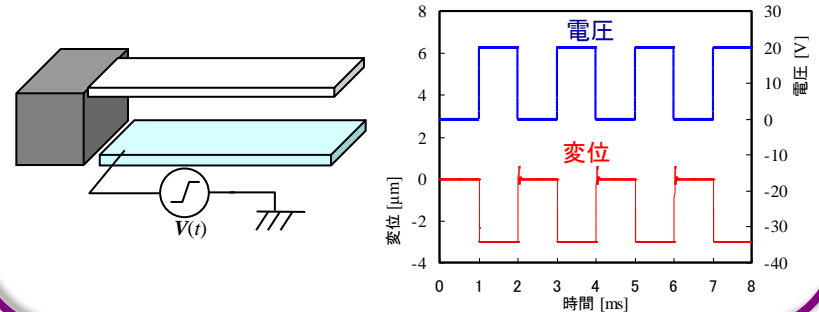
## アクチュエータ

(例) 静電駆動ミラーデバイス



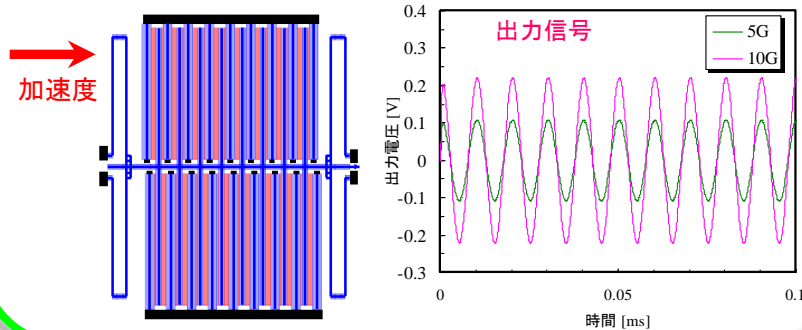
## 接触特性

(例) 静電駆動カンチレバーのスイッチング特性



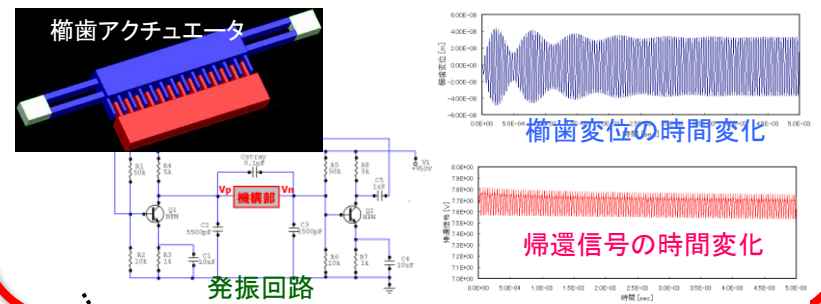
## センサ

(例) 容量型1軸加速度センサ



## フィードバック系

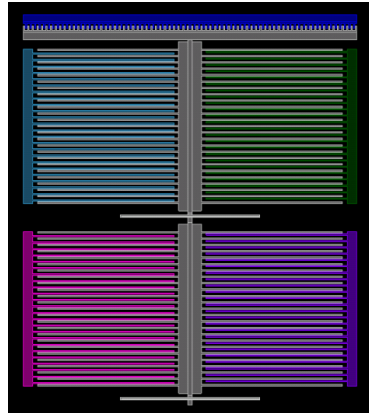
(例) 自励発振楯歯デバイス



動特性解析において重要なエアダンピングについては、精緻なモデルを搭載。

# マクロモデルを用いた機械-回路の一体解析

構造設計ツール



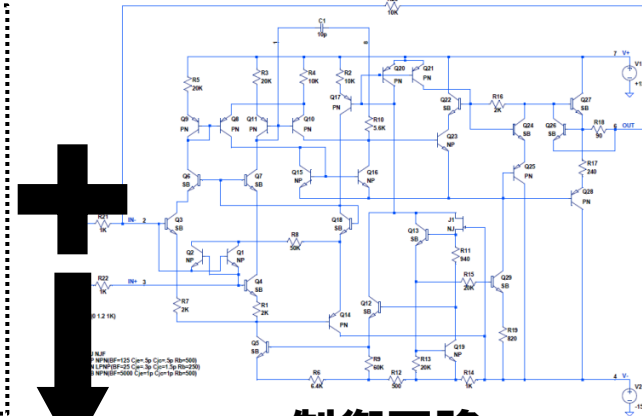
3次元構造  
(FEM/BEM解析モデル)

マクロモデル抽出ツール

**マクロモデル**  
(構造の動作特性を再現する回路モデル)

tip\$x 11  
tip\$y oscillator 21  
tip\$z 21

回路設計ツール



制御回路

回路シミュレータ

構造および回路の動作特性

構造設計で得られた機械部全体をマクロモデル化することにより、  
機械部と制御回路との連携動作を回路シミュレータで解析できる

# 本日の内容

---

- MEMSと電子回路の連成解析手法
- MemsONEにおけるMEMS-電子回路連成解析
- **マクロモデル抽出ツール**
  - **マクロモデルの抽出方法**
  - マクロモデルを用いた解析事例
- まとめ

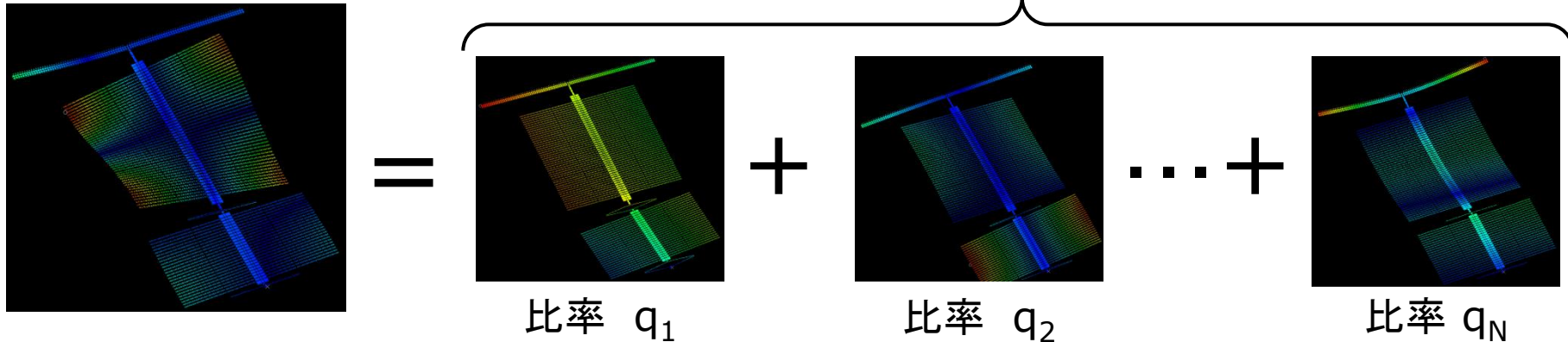


# マクロモデルの概要

◎構造部全体の変形状態をモード形状の足し合わせで表現

変形状態

モード形状



◎各モードに関するに関する運動方程式 (方程式の数: 選択したモード数)

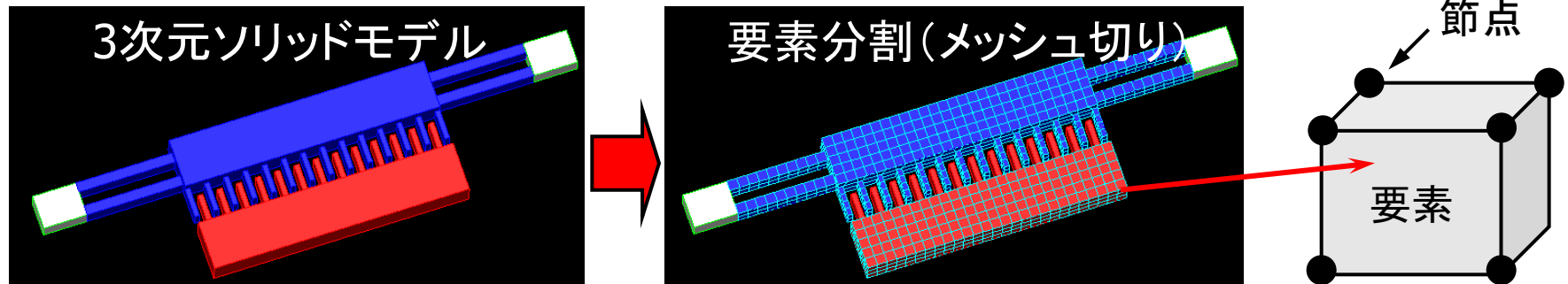
$$M_i \ddot{q}_i + \underbrace{2M_i \zeta_i \omega_i}_{\text{ダンピング}} \dot{q}_i + \underbrace{M_i \omega_i^2}_{\text{弾性力}} q_i - \frac{1}{2} \sum_k \sum_l \frac{\partial c_{kl}}{\partial q_i} V_k V_l = \underbrace{\{\varphi_i\}^T}_{\text{静電引力}} \underbrace{\{F\}}_{\text{外力}}$$

◎電気系の方程式 (方程式の数: 電極数)

$$I_i = \sum_j \left( V_j \sum_k \frac{\partial c_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_k + c_{ij} \frac{dV_j}{dt} \right)$$

構成方程式の未知定数は、複数回の FEM/BEM 解析によって求める

# 有限要素法(FEM)による機構解析



◎要素内の任意の点の変位は要素ごとの補間式によって定義されている

$$d_i(x, y, z) = \sum_j N_{ij}(x, y, z)u_j = [N]\{u\}$$

◎各要素の運動方程式は節点変位 $\{u\}$ の方程式で表せる

$$[m] \frac{d^2}{dt^2} \{u\} + [c] \frac{d}{dt} \{u\} + [k] \{u\} = \{f\}$$

◎上記を重ね合わせることにより、全体の運動方程式を得る

$$[M] \frac{d^2}{dt^2} \{U\} + [C] \frac{d}{dt} \{U\} + [K] \{U\} = \{F\}$$

自由度  $N=3 \times (\text{節点数})$

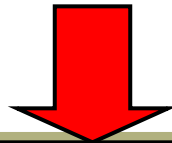
**回路との連成解析の為に自由度の縮減が必要**

# 自由度の縮減に向けて

変位ベクトルを固有モードベクトルの足し合わせで表現

$$\underbrace{\{U\}}_{\text{変位}} = \sum_{j=1}^R \underbrace{q_j}_{\text{寄与比率(モード座標)}} \underbrace{\{\varphi_j\}}_{\text{固有モード}}$$

系の自由度  $N$  より少ない数の固有モードを用いて変位ベクトルを表現できれば、自由度の縮減が可能（変数はモード座標）



## 【課題】

- (1) 寄与比率に関する方程式は？  
→ エネルギー法による方程式の導出
- (2) 変位  $\{U\}$  を良く記述する固有モードをどう選び出すか？  
→ 自動化は現状難しい。判断材料を如何に与えるかが問題。

# エネルギー法

運動エネルギー

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{U}\}^T [M] \{\dot{U}\} \rightarrow T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^R M_i \underline{\dot{q}_i^2}$$

ポテンシャルエネルギー

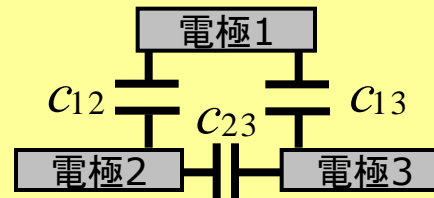
$$U = \frac{1}{2} \{U\}^T [K] \{U\} + \frac{1}{2} \sum_k \sum_l c_{kl} V_k V_l \rightarrow U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^R M_i \omega_i^2 \underline{q_i^2} + \frac{1}{2} \sum_k \sum_l \underline{c_{kl}} V_k V_l$$

歪みエネルギー 静電エネルギー

固有ベクトルの一般直交性

$$\{\varphi_m\}^T [M] \{\varphi_n\} = M_n \delta_{mn}$$

$$\{\varphi_m\}^T [K] \{\varphi_n\} = M_n \omega_n^2 \delta_{mn}$$



Lagrangian

$$L = T - U$$

Lagrange運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \{\varphi_i\}^T \{F'\}$$

# MEMSデバイスの動作方程式

## ①モード座標に関する運動方程式（方程式の数:選択した固有モード数）

$$M_i \ddot{q}_i + \underbrace{2M_i \zeta_i \omega_i}_{\text{ダンピング}} \dot{q}_i + \underbrace{M_i \omega_i^2}_{\text{弾性力}} q_i - \frac{1}{2} \sum_k \sum_l \frac{\partial c_{kl}}{\partial q_i} V_k V_l = \underbrace{\{\varphi_i\}^T}_{\text{静電引力}} \underbrace{\{F\}}_{\text{外力}}$$

## ②電気系の方程式（方程式の数:電極数）

$$I_i = \sum_j \left( V_j \sum_k \frac{\partial c_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_k + c_{ij} \frac{dV_j}{dt} \right)$$

## ③モード座標と変位の関係（方程式の数:選択した節点数×3）

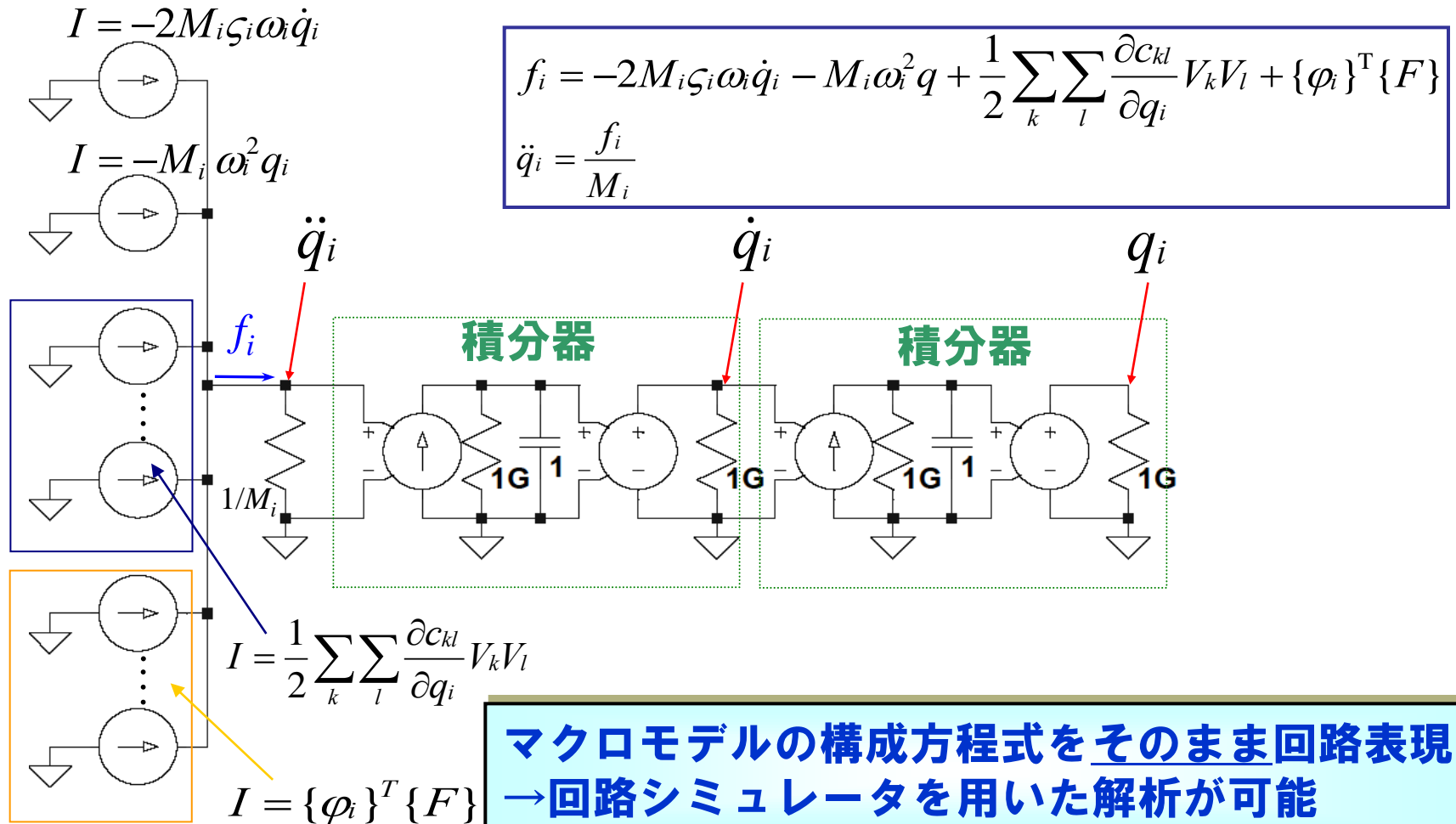
$$\{x\} = \sum_i q_i \{\varphi_i\}$$

### ◎方程式に現れるパラメータ

- (1) モード質量  $M_i$
  - (2) 共振角周波数  $\omega_i$
  - (3) モード減衰比  $\zeta_i$
  - (4) 容量係数  $c_{kl}(\{q\})$
- **固有モード解析**を行って取得
- ユーザ指定とする
- **複数回の容量解析**を行って多項式フィッティング

# マクロモデルの回路表現

## 【例】各モードの寄与比率の方程式の回路表現



# 固有モードの選択指針

- 低次モードを選択する  
高次モードは低次モードに比べて減衰し易く局所的な効果を及ぼすだけ
- 駆動方向のモードを選択する
- 典型的な駆動による構造の変形状態を計算し、その状態に大きく寄与しているモードを選択する

## 「寄与比率」を算出する

$$\underbrace{\left[ \{\varphi_1\} \quad \cdots \quad \{\varphi_M\} \right]}_{\text{固有モード}} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_N \end{bmatrix}$$

変数（寄与比率）に比べて式の数が多い為、最小二乗法を用いて、寄与比率を計算。

典型的な駆動による変位  
(機構解析で求める)

# マクロモデルの抽出方法(まとめ)

- 構造部全体の変形状態を**モード形状の足し合わせ**で表現  
→どのモードを選択するかユーザ選択。その際、典型的な駆動による変形に対する各モードの寄与比率の値を参照。
- 動作方程式に含まれるパラメータは、**複数回の機構解析の結果**から取得。
- 構成方程式をそのまま回路表現  
→**SPICEネットリストとして出力**  
※対応フォーマット: SPICE2G6, SPICE3, MEMSpice (今後拡張予定)

商用の回路シミュレータの多くは、  
SPICE2G6をベースに開発されたもの。



多くの商用回路シミュレータで読み込み可能  
(例: PSPICE, LTspice)



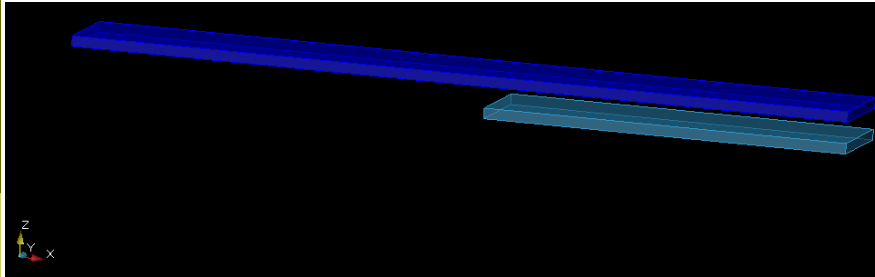
# 本日の内容

---

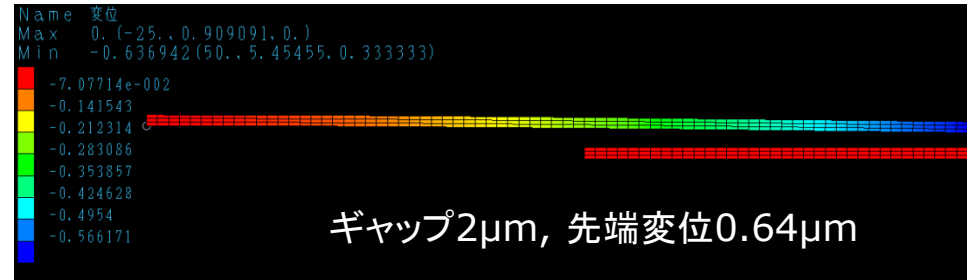
- MEMSと電子回路の連成解析手法
- MemsONEにおけるMEMS-電子回路連成解析
- **マクロモデル抽出ツール**
  - マクロモデルの抽出方法
  - **マクロモデルを用いた解析事例**
- まとめ

# 解析事例① 静電駆動片持ち梁 (モデル)

## 3次元ソリッドモデル

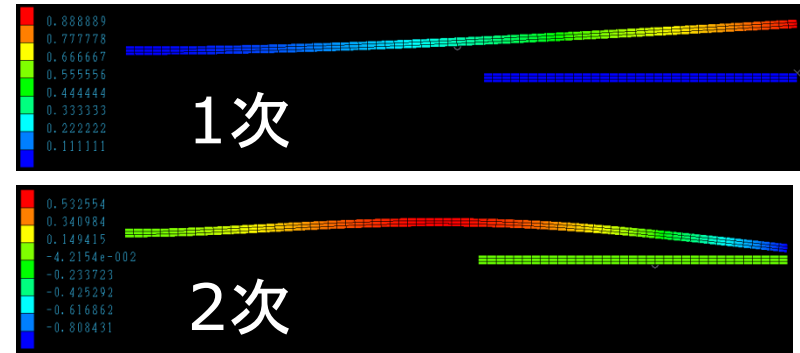


## 45V印加時の変形形状



## 45V印加時の変形形状に対する各モードの寄与比率

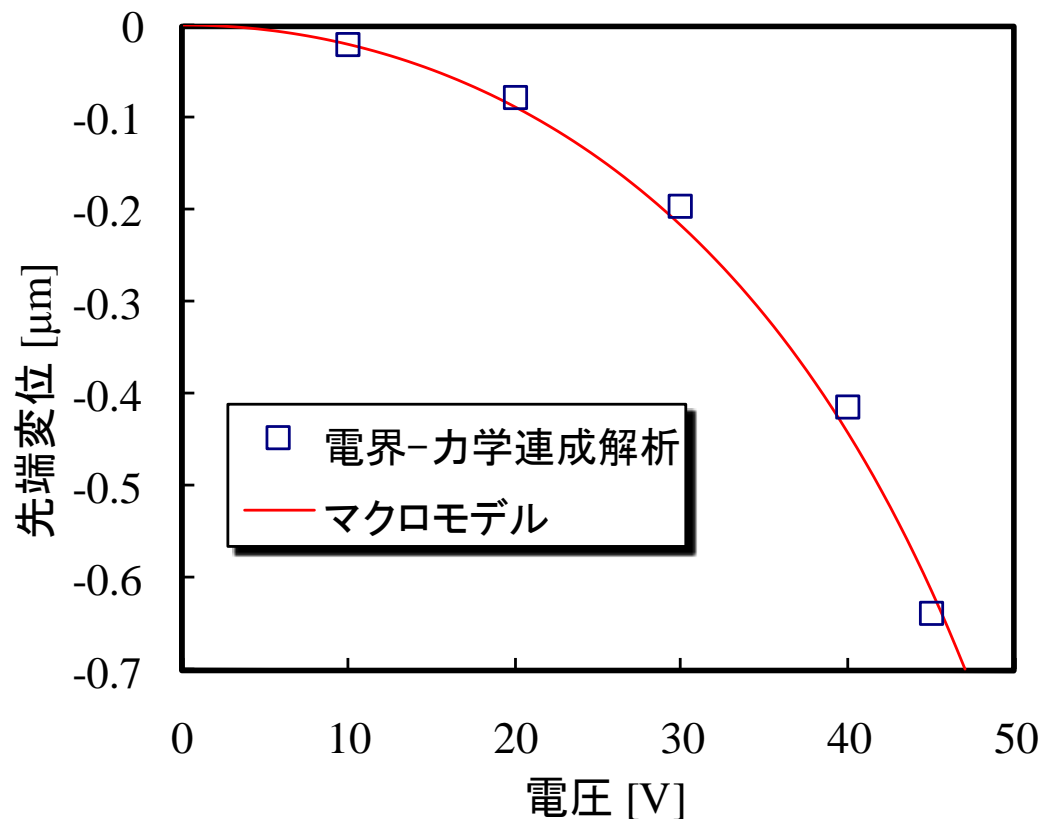
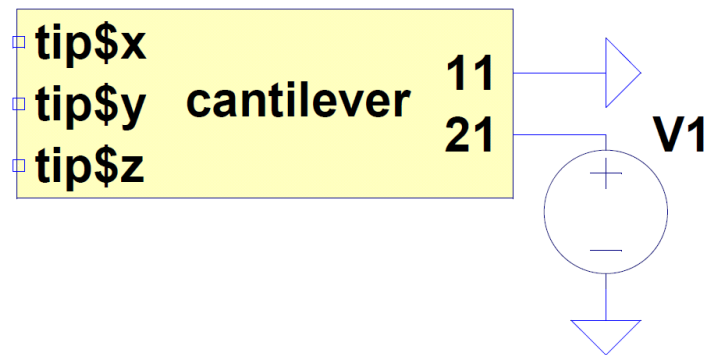
次数	寄与比率	周波数[Hz]	モード質量 [kg]
1	9.9995e-1	2.8958e+5	4.73e-16
2	2.4442e-3	1.8128e+6	4.7269e-16
5	5.9643e-4	5.0696e+6	4.7206e-16
3	4.5088e-7	2.3937e+6	4.7263e-16
4	1.6057e-8	3.5918e+6	4.1114e-16



寄与比率の大きな方から2モード(1次、2次)を選択し、マクロモデルを作成。

# 解析事例① 静電駆動片持ち梁(静的解析)

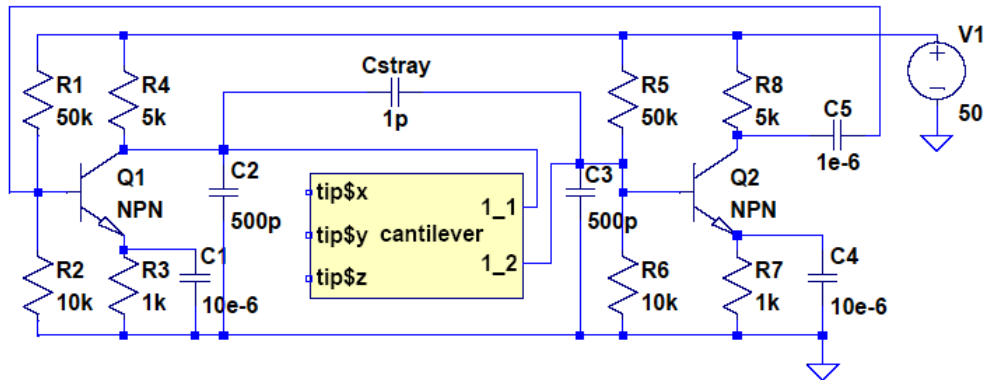
## マクロモデルを用いた回路シミュレーション(DC解析)



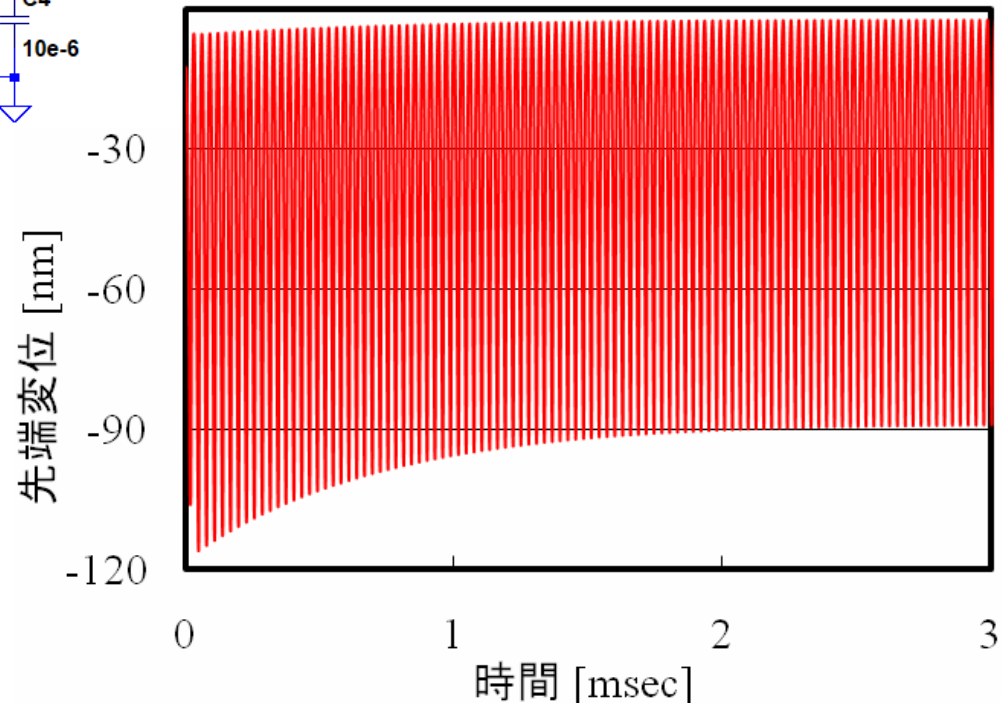
マクロモデルを用いたシミュレーション結果はMemsONE機構解析ソ  
ルバ(力学:FEM/電場:BEM)を用いた結果と良く一致

# 解析事例① 静電駆動片持ち梁(動的解析)

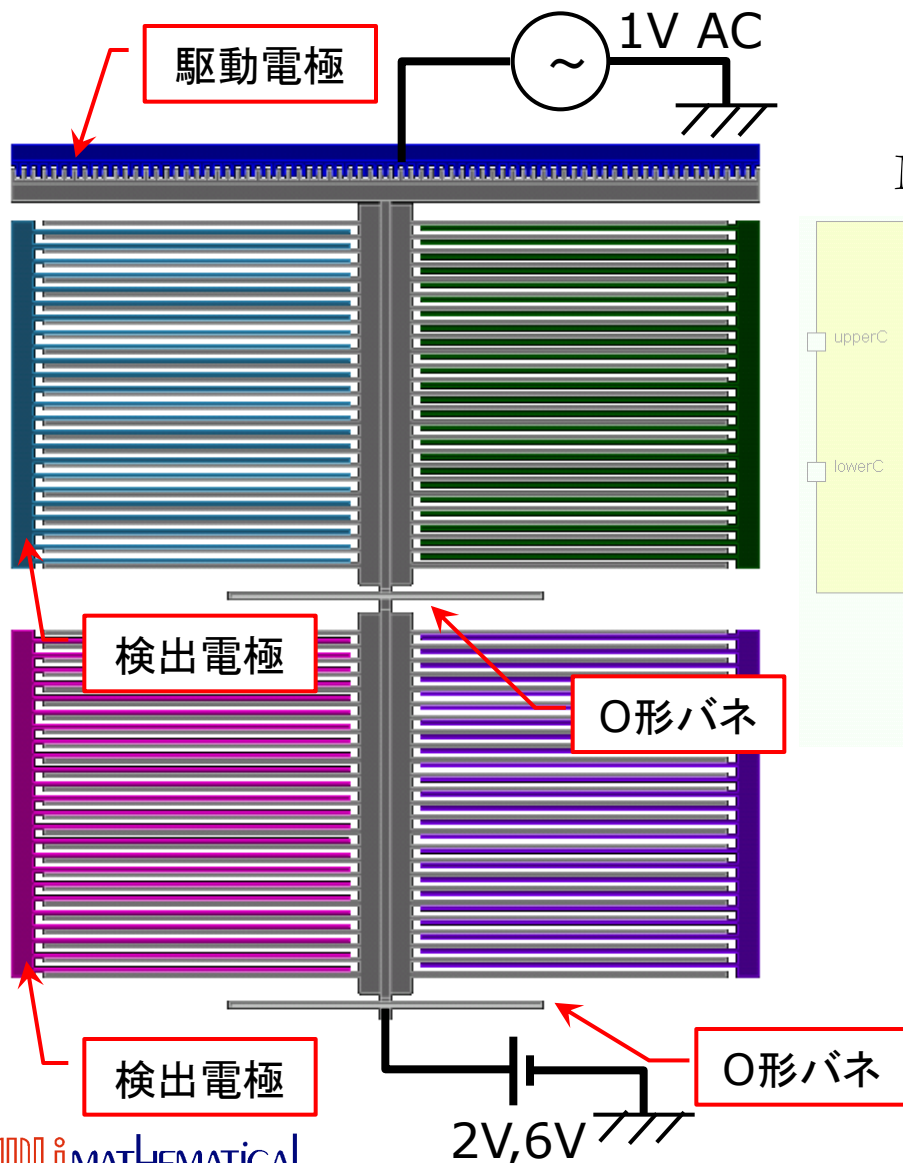
## マクロモデルを用いた回路シミュレーション(過渡解析)



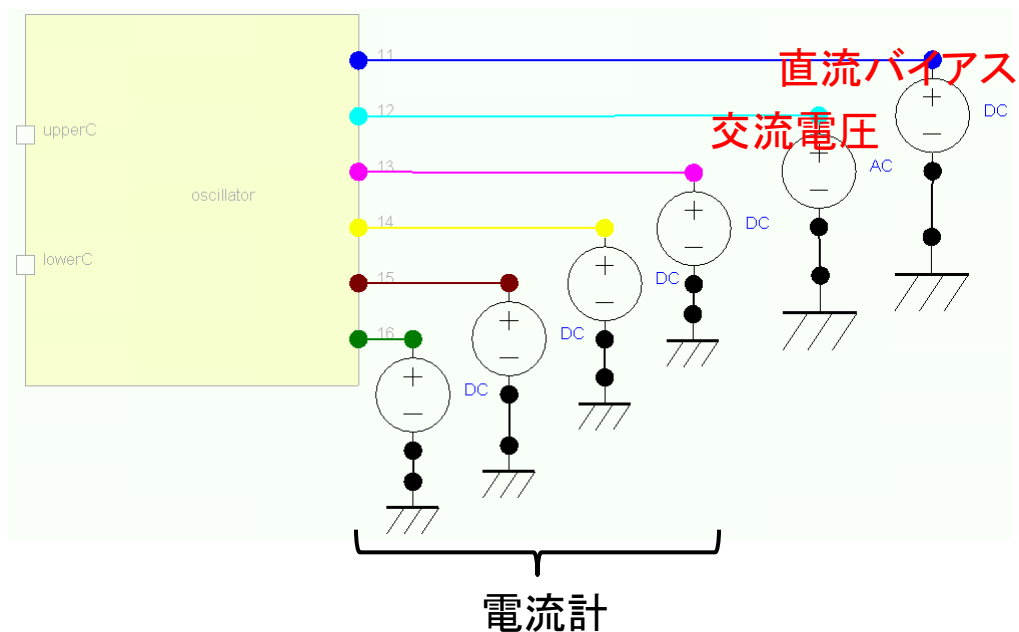
コルピッツ型発振回路と接続した  
静電駆動カンチレバー



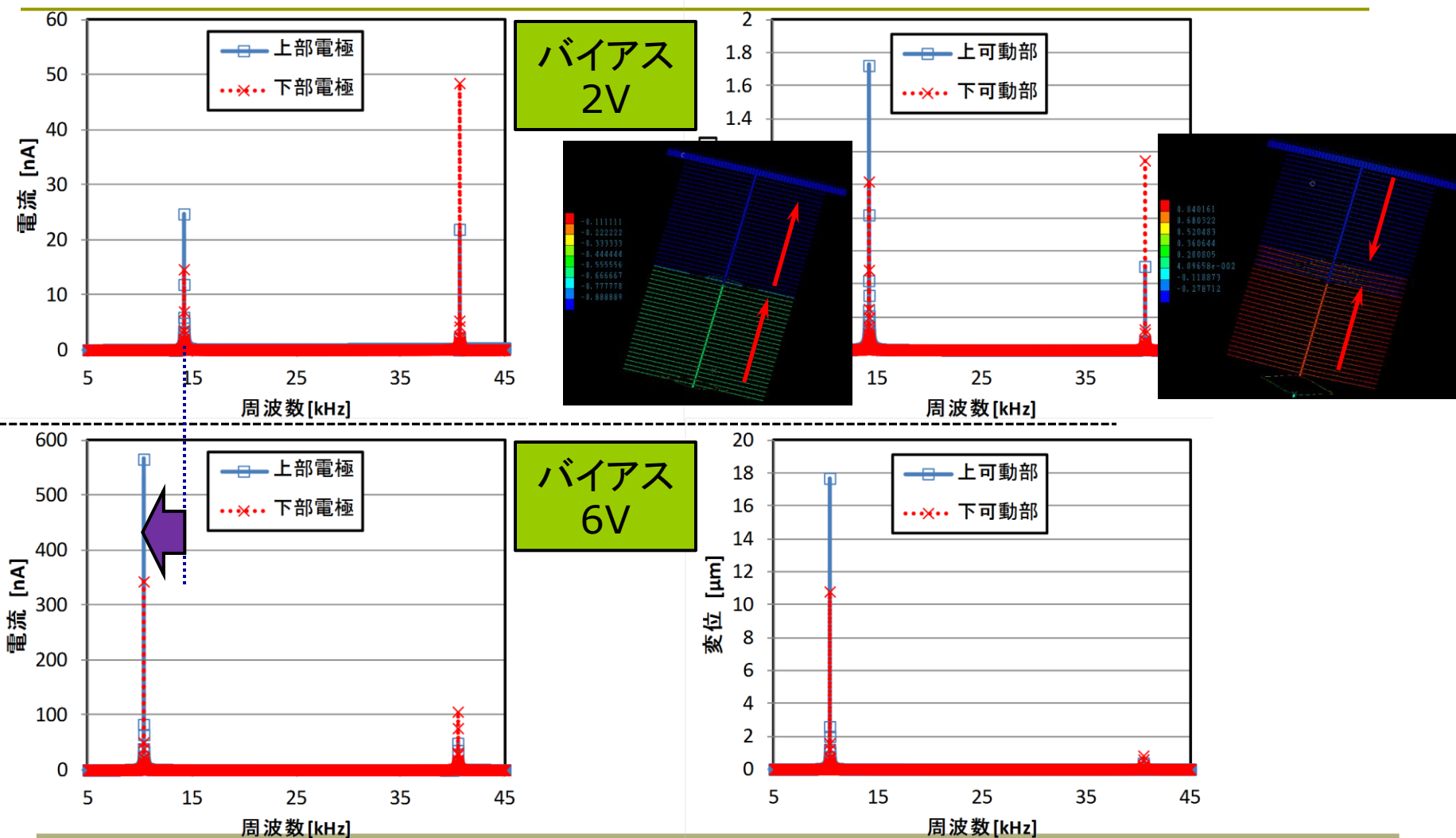
# 解析事例② 櫛歯振動子(モデル)



MEMSpiceにインポートしたマクロモデル



# 解析事例② 櫛歯振動子(周波数応答解析)



バイアス印加による周波数シフトを解析可能

# まとめ

- **MemsONEによるMEMSと電子回路の連成解析機能は2種類**
  - MEMSpice
    - 部品のパラメータ値を振りながら動作検討
  - マクロモデル抽出ツール
    - 構造設計で得られた3次元モデルを回路シミュレーションに繋げる
- **MEMSマクロモデル抽出ツールは、機械部の動作特性を回路表現したモデル（マクロモデル）を自動抽出**
- **構造設計で得られた機械部全体をマクロモデル化することにより、機械部と制御回路との連携動作を回路シミュレータを用いて解析できる**