

～ MemsONE 解析事例紹介 ～

1

平行平板アクチュエータの解析解と数値解、 および実測値の比較



株式会社 鷺宮製作所 (さぎのみやせいさくしよ)
R&Dセンター 第2開発室 三屋 裕幸 (みつや ひろゆき)
東京大学 生産技術研究所 藤田 博之 教授
静岡大学 電子工学研究所 橋口 原 教授



Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGINO MIYA®

本日の内容

2

MEMSデバイスを設計する上で、等価回路モデルを用いるのが便利である。そこで、MemsONEによる数値解析解、実測値と比較をして、どこまで適用できるのかを、平行平板アクチュエータのソフトスプリング効果に注目して調査した。

1. ラグランジアンによる解析モデルと回路シミュレーション
2. MemsONEを用いた数値解析と回路シミュレーション
3. 測定デバイスと実測データ
4. 解析解、数値解、実測値の比較・考察
5. まとめ

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGINO MIYA®

ラグランジアンによる解析と回路シミュレーション

3

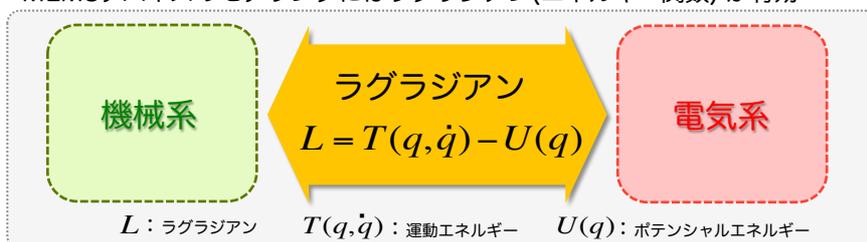
ラグランジアンで機械系と電気系を统一的にモデリング

トランスデューサ：ある種類のエネルギーを別のものに変える装置 (Transducer)

センサ (Sensor)：ある物理量を電機信号などに変換するもの
機械系 電気系

アクチュエータ (Actuator)：入力されたエネルギーを物理的運動に変換するもの
電気系 機械系

MEMSデバイスのモデリングにはラグランジアン(エネルギー関数)が有効



Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGInoMIYA®

ラグランジアンによる解析と回路シミュレーション

4

平行平板アクチュエータのラグランジアンを用いた解析手順

【手順1】 解析モデルを図で表し、一般化座標の表を作成する。

【手順2】 解析モデルのラグランジアン、散逸関数を求める。

【手順3】 自由度の分だけラグランジュ方程式をたてる。

【手順4】 ラグランジュ方程式を計算し、静特性、動特性の項にわけると。

【手順5】 一般化速度 v, I のフェーズ表示で表し整理する。

【手順6】 機械・電気等価回路を導き、回路シミュレーションする。

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

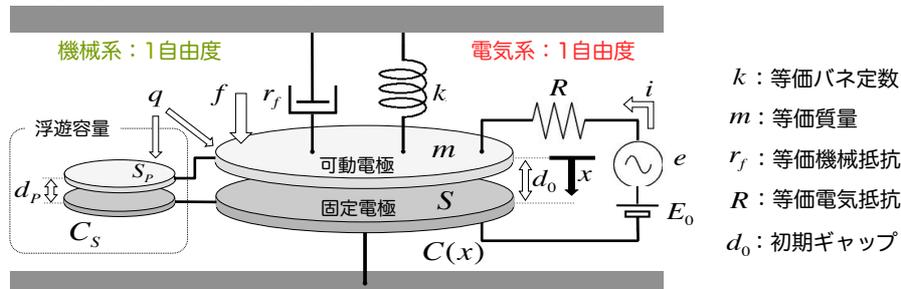
2012.12.18 SAGInoMIYA®

ラグランジアンによる解析と回路シミュレーション

5

【手順1】 解析モデルを図で表し、一般化座標の表を作成する。

〈平行平板アクチュエータの解析モデル図〉



〈解析に用いる一般化座標〉

座標	機械系	電気系
一般化変位	変位 X, x	電荷量 Q, q
一般化速度	速度 $v = \frac{dx}{dt}$	電流 $i = \frac{dq}{dt}$
一般化力	外力 F_0, f	電圧 E_0, e

大文字: 静特性における変数
 小文字: 時間変動する変数 (動特性)

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGINOMIYA

ラグランジアンによる解析と回路シミュレーション

6

【手順2】 解析モデルのラグランジアン、散逸関数を求める。

① ラグランジアン

〈機械系〉
運動エネルギー
平板の一般化速度

〈機械系〉ポテンシャル
エネルギー①
バネの一般化変位

〈電気系〉ポテンシャル
エネルギー②
電荷の一般化変位

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}k(X+x)^2 - \frac{(Q+q)^2}{2(C+C_s)}$$

直流バイアス、
微小交流による容量

$$C = C(x) = \frac{\epsilon_0 S}{d_0 - X - x}$$

$$C_s = \frac{\epsilon_s S_p}{d_p}$$

浮遊容量

② 散逸関数

電気抵抗Rは無視できるほど小さいとすると...

散逸関数 F :
エネルギー損失

$$F = \frac{1}{2}r_f v^2$$

平板の一般化速度
の2次形式で表す

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGINOMIYA

ラグランジアンによる解析と回路シミュレーション

7

【手順 3】 自由度の分だけラグランジュ方程式をたてる。

自由度：機械系 1 (座標 x , 速度 v)、電気系 1 (座標 q , 速度 i)

〈機械系〉

$$F_0 + f = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial v} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial v}$$

$$= m \frac{dv}{dt} + k(X + x) + r_f v - \frac{\epsilon_0 S (E_0 + e)^2}{2(d_0 - X - x)^2}$$

〈電気系〉

$$E_0 + e = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial F}{\partial i}$$

$$= \frac{Q + q}{C + C_s}$$

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGINOMIYA®

ラグランジアンによる解析と回路シミュレーション

8

【手順 4】 ラグランジュ方程式を計算し、静特性、動特性の項にわけろ。

ラグランジュ方程式を計算 ⇒ 定常状態における回路方程式を解く ⇒ 右边を線形化

〈機械系〉

$$F_0 + f = Y_1(v, x, e) = Y(0, 0, 0) + \left. \frac{\partial Y_1}{\partial v} \right|_{\substack{v=0 \\ x=0 \\ e=0}} v + \left. \frac{\partial Y_1}{\partial x} \right|_{\substack{v=0 \\ x=0 \\ e=0}} x + \left. \frac{\partial Y_1}{\partial e} \right|_{\substack{v=0 \\ x=0 \\ e=0}} e$$

$$= kX - \frac{\epsilon_0 S E_0^2}{2(d_0 - X)^2} + m \frac{dv}{dt} + kx + r_f v - \frac{\epsilon_0 S E_0^2}{(d_0 - X)^3} x - \frac{\epsilon_0 S E_0}{(d_0 - X)^2} e$$

F_0 : 静特性 (直流分)

f : 動特性 (交流分)

$F_0 = 0$ とおくと、

$$kX = \frac{\epsilon_0 S E_0^2}{2(d_0 - X)^2}$$

となり、静電引力と弾性復元力の釣り合いの式となる。これを解くことで、バイアス電圧 E_0 に対する変位を求められる。また、ブルーインについても考察ができる。

〈線形方程式〉

$$f = m \frac{dv}{dt} + kx + r_f v - \frac{\epsilon_0 S E_0^2}{(d_0 - X)^3} x - \frac{\epsilon_0 S E_0}{(d_0 - X)^2} e$$

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGINOMIYA®

ラグランジアンによる解析と回路シミュレーション

9

【手順 4】 ラグランジュ方程式を計算し、静特性、動特性の項にわけろ。

ラグランジュ方程式を計算 ⇒ 定常状態における回路方程式を解く ⇒ 右辺を線形化

〈電気系〉

$$E_0 + e = Y_2(x, q) = Y(0, 0) + \frac{\partial Y_2}{\partial x} \Big|_{x=0, q=0} x + \frac{\partial Y_2}{\partial q} \Big|_{x=0, q=0} q$$

$$= \underbrace{\frac{Q}{C_0 + C_s}}_{E_0} - \underbrace{\frac{Q}{(C_0 + C_s)^2} \frac{\epsilon_0 S}{(d_0 - X)^2}}_e x + \frac{1}{C_0 + C_s} q$$

E_0 : 静特性 (直流分)

e : 動特性 (交流分)

$$E_0 = \frac{Q}{C_0 + C_s}$$

$$Q = (C_0 + C_s) E_0$$

$$C_0 = C(0) = \frac{\epsilon_0 S}{d_0 - X}$$

〈線形方程式〉

$$e = - \frac{Q}{(C_0 + C_s)^2} \frac{\epsilon_0 S}{(d_0 - X)^2} x + \frac{1}{C_0 + C_s} q$$

$$= - \frac{C_0 E_0}{(C_0 + C_s)(d_0 - X)} x + \frac{1}{C_0 + C_s} q$$

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGInoMIYA

ラグランジアンによる解析と回路シミュレーション

10

【手順 5】 一般化速度 v , i のフェーザ表示で表し整理する。

$\frac{d}{dt} \rightarrow j\omega$, $v = \frac{dx}{dt} = j\omega x$, $i = \frac{dq}{dt} = j\omega q$ に置き換えると、

$$\begin{cases} f = \left\{ r_f + j\omega m + \frac{1}{j\omega} \left(k - \frac{C_0 E_0^2}{(d_0 - X)^2} \right) \right\} v - \frac{C_0 E_0}{d_0 - X} e \\ e = - \frac{C_0 E_0}{j\omega (C_0 + C_s)(d_0 - X)} v + \frac{1}{j\omega (C_0 + C_s)} i \end{cases} \Rightarrow i = \frac{C_0 E_0}{d_0 - X} v + j\omega (C_0 + C_s) e$$

$$\begin{bmatrix} f \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_f + j\omega m + \frac{1}{j\omega} \left(k - \frac{C_0 E_0^2}{(d_0 - X)^2} \right) & - \frac{C_0 E_0}{d_0 - X} \\ \frac{C_0 E_0}{d_0 - X} & j\omega (C_0 + C_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ e \end{bmatrix}$$

バネ定数 k に対して、バイアス電圧の2乗に比例する減少項

ソフトスプリング効果

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGInoMIYA

ラグランジアンによる解析と回路シミュレーション

11

【手順 6】 機械・電気等価回路を導き、回路シミュレーションする。

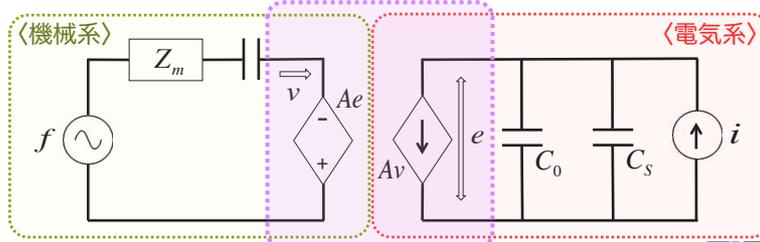
$$Z_m = r_f + j\omega m + \frac{k}{j\omega}, \quad A = \frac{C_0 E_0}{d_0 - X} \quad \text{とすると、}$$

$$\begin{bmatrix} f \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_m - \frac{AE_0}{j\omega(d_0 - X)} & -A \\ A & j\omega(C_0 + C_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ e \end{bmatrix}$$

〈線形方程式→線形素子による等価回路〉

機械系の回路表現：一般化速度 v を回路の電流として考える \Rightarrow 力 f は電圧に相当する

力係数（電気機械変換係数）



Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

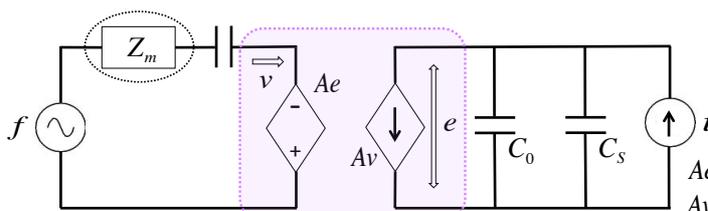
2012.12.18

SAGInoMIYA®

ラグランジアンによる解析と回路シミュレーション

12

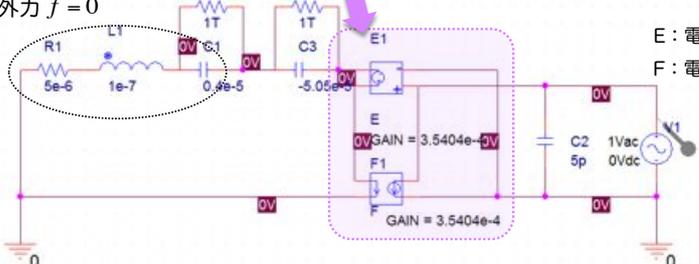
【手順 6】 機械・電気等価回路を導き、回路シミュレーションする。



Ae : 電気系から発生する力
 Av : 機械系から発生する電流

※外力 $f = 0$

力係数（電気機械変換係数）



E : 電圧制御電圧源
F : 電流制御電流源

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

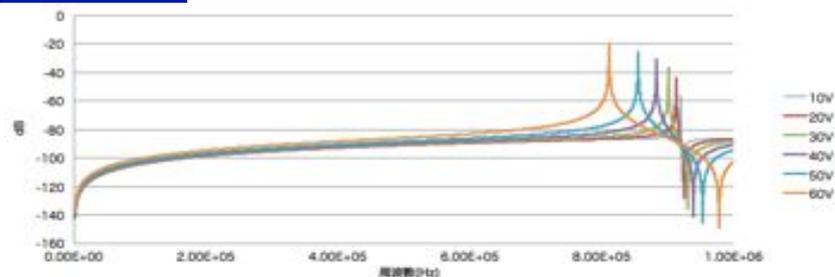
2012.12.18

SAGInoMIYA®

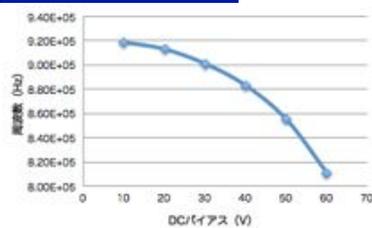
ラグラジアンによる解析と回路シミュレーション

13

〈シミュレーション結果〉

電流 i の周波数特性

DCバイアスと共振周波数



【シミュレーション条件】

AC : 1V
 DCバイアス : 10V、20V、30V、40V、50V、60V
 R1 : 5.0×10^{-6}
 L1 : 4.6×10^{-9}
 C1 : 6.5×10^{-6}
 C2(C0+CS) : 5.0p

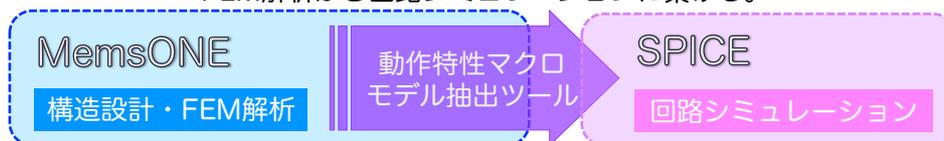
Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGInoMIYA®

MemsONEを用いた数値解析と回路シミュレーション

14

FEM解析から回路シミュレーションに繋げる。



※マクロモデル：構造の動作特性を再現する回路モデル

平行平板アクチュエータの数値解析と回路シミュレーション手順

【手順1】 弾塑性解析で解析モデルの形状、メッシュサイズを決める

【手順2】 弾塑性と電界の連成解析を行う。(入力データの取得)

【手順3】 動作特性マクロモデル抽出ツールでマクロモデルを作成する。

【手順4】 他の部品と組み合わせ、回路シミュレーションをする。

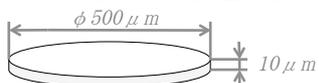
Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGInoMIYA®

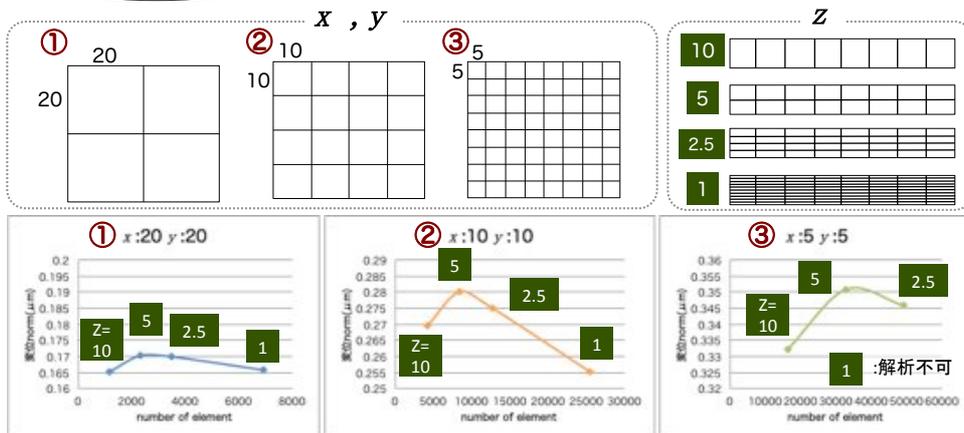
MemsONEを用いた数値解析と回路シミュレーション

15

【手順 1】 弾塑性解析でモデルの形状、メッシュサイズを決定する。



まず、アスペクト比を考慮しzのサイズを決める。



⇒ z=5 がメッシュサイズとしては最適

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

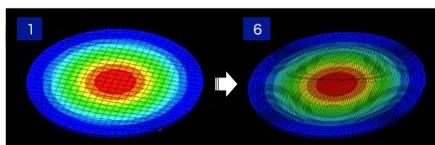
2012.12.18 SAGInoMIYA®

MemsONEを用いた数値解析と回路シミュレーション

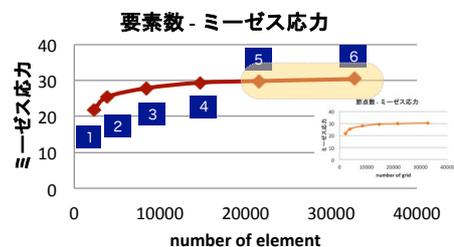
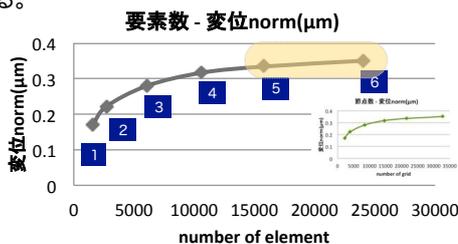
16

【手順 1】 弾塑性解析でモデルの形状、メッシュサイズを決定する。

次に、z=5として、x、yのメッシュサイズを決める。



	x	y	z	要素数	z/x,z/y
1	20	20	5	1587	0.25
2	15	15	5	2700	0.33
3	10	10	5	6075	0.50
4	7.5	7.5	5	10620	0.67
5	6.25	6.25	5	15768	0.80
6	5	5	5	24030	1.0



⇒ (x, y, z) = (6.25, 6.25, 5), (5, 5, 5) がいいが、今後、連成解析するには要素数が大きい。

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

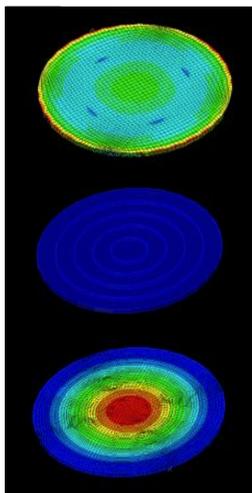
2012.12.18 SAGInoMIYA®

MemsONEを用いた数値解析と回路シミュレーション

17

【手順 1】 弾塑性解析でモデルの形状、メッシュサイズを決定する。

さらに要素数を減少させるため、モデルを分割する。

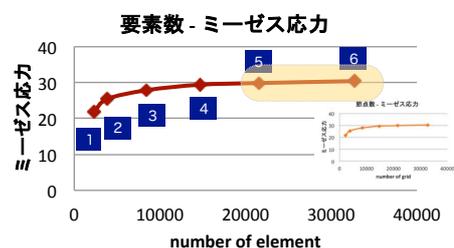
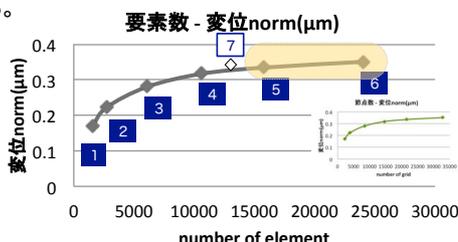


ミーゼス応力に注目

応力が高い：細メッシュ
応力が低い：粗メッシュ

7
外 (5, 5, 5)
(10, 10, 5)
(20, 20, 10)
(10, 10, 5)
内 (5, 5, 5)

要素数	変位(μm)
5	15768 0.3345
6	24030 0.3508
7	13266 0.3458



Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGInoMIYA®

MemsONEを用いた数値解析と回路シミュレーション

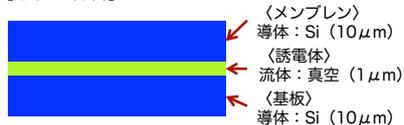
18

【手順 2】 弾塑性と電界の連成解析を行う。(入力データの取得)

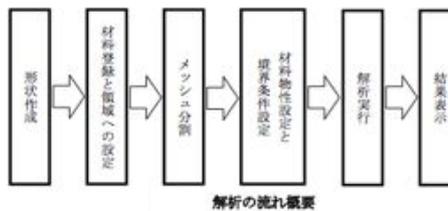
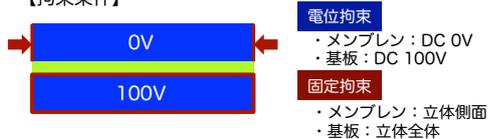
弾塑性と電界の連成解析結果 → 動作特性マクロモデル抽出ツールの入力データ



【形状・材料】



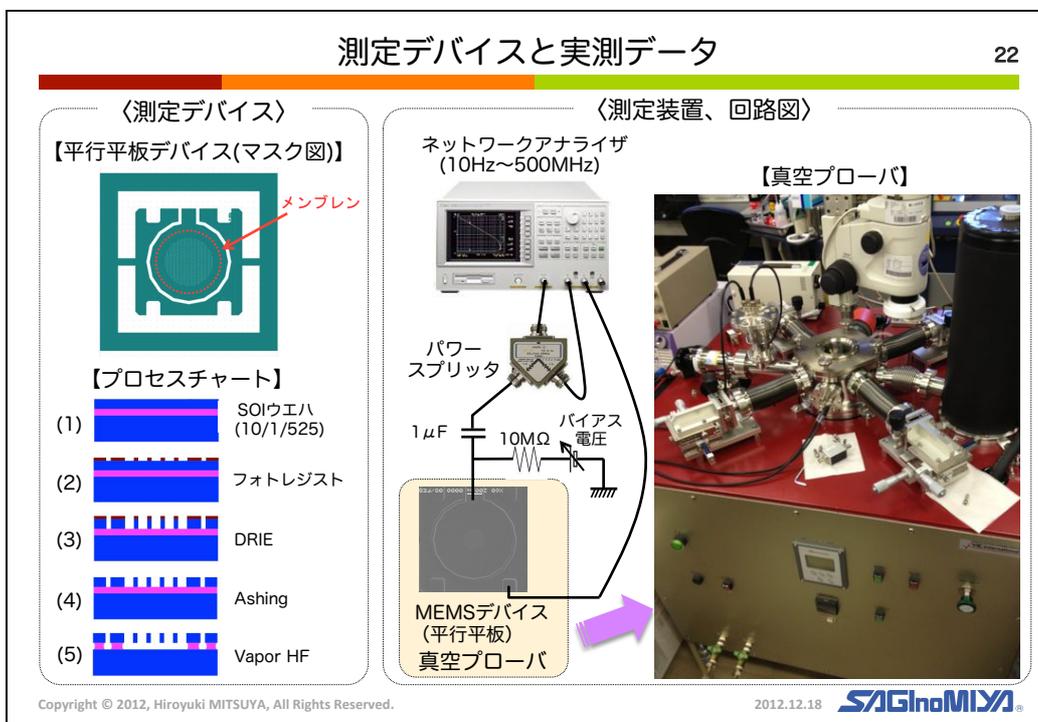
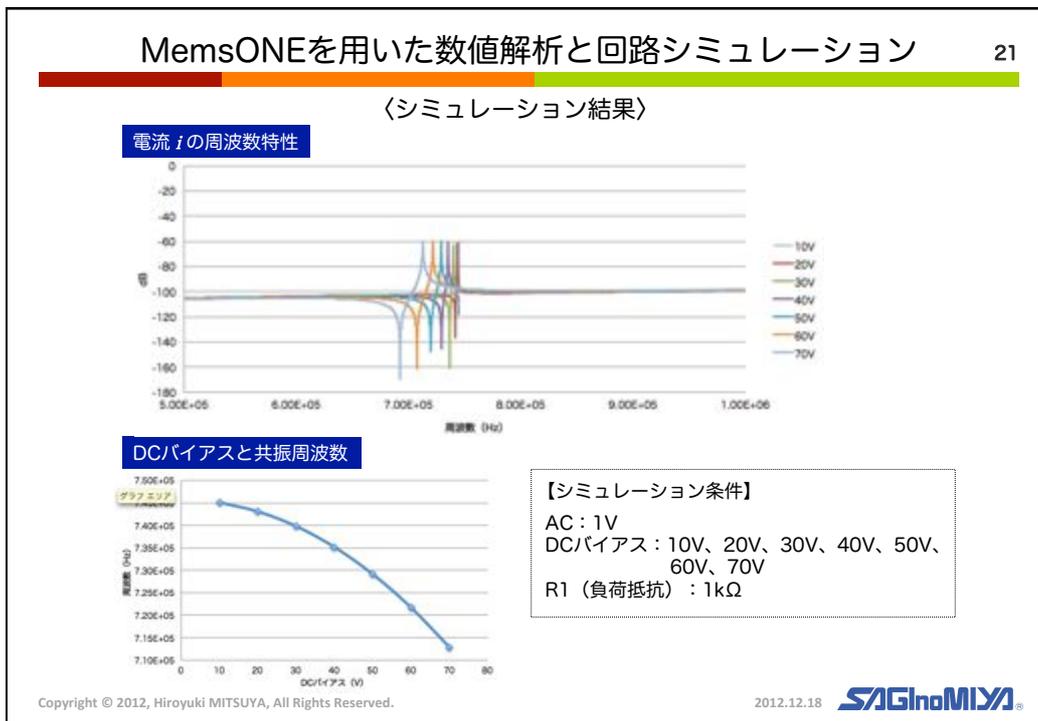
【拘束条件】



解析結果を得ると、自動的にマクロモデル抽出に必要な入力データを得ることができる。

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

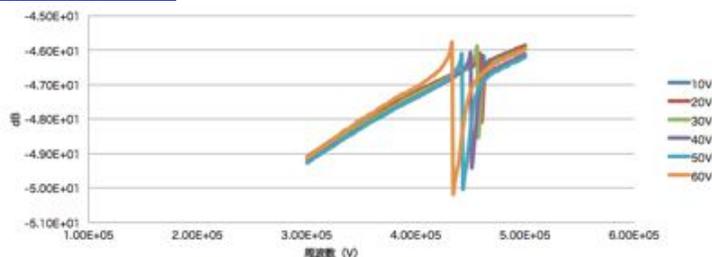
2012.12.18 SAGInoMIYA®



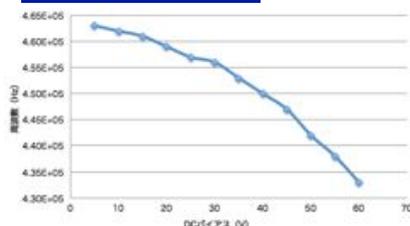
測定デバイスと実測データ

23

〈測定結果〉

電流 i の周波数特性

DCバイアスと共振周波数



【測定条件】

AC : 1V
 DCバイアス : 10V、20V、30V、40V、50V、60V
 真空度 : 1×10^{-6} Pa
 測定周波数 : start 300kHz stop 500kHz

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGInoMIYA®

まとめ

24

平行平板アクチュエータのソフトスプリング効果について、ラグランジアンによる解析解は、数値解、実測値と同様の傾向を示した



- ・ MEMSデバイス設計の初期段階では、ラグランジアンによる解析が有効
 - ⇒ 構造に関する各パラメータの影響度が理解できる
 - ⇒ 構造に関して、回路シミュレータを使いパラメトリックな解析が可能
- ・ デバイス構造を決定後、MemsONE動作特性マクロ抽出ツールが有効
 - ⇒ MEMSデバイスの処理回路と合わせて回路シミュレーションが容易
 - ⇒ 電気的な特性と共に、機械的な特性も回路シミュレータで確認が可能

Copyright © 2012, Hiroyuki MITSUYA, All Rights Reserved.

2012.12.18 SAGInoMIYA®